

Úloha II.1 ... potkan na ledě

2 body; (chybí statistiky)

Na ledě běží potkan rychlostí v . Najednou se rozhodne, že se chce otočit o 90° tak, aby po otočení běžel pořád rychlostí o velikosti v , ale v novém směru. Jaký nejmenší čas na to potřebuje? Předpokládejte, že potkaní nožičky se mohou po ledě pohybovat nezávisle; koeficient tření mezi nožičkami a ledem je f . *Xellos dostal smyk.*

Když chce potkan zatočit co nejrychleji, musí využít veškeré zrychlení, které je mu třecí síla schopna poskytnout. Proto bude co nejušilovněji pohybovat všema nohama na jednu stranu. Velikost jeho zrychlení bude

$$a = fg.$$

V soustavě spojené s ledovou podložkou se potkan pohybuje s rychlostí $\mathbf{v}_1 = (v, 0)$ a chce se zatočit tak, aby byla jeho rychlost $\mathbf{v}_2 = (0, v)$. Dívejme se na problém ze soustavy pohybující se rychlostí v spolu s potkanem (jakmile začne potkan zatáčet, naše soustava bude stále pokračovat původní rychlostí v původním směru). V této potkaní soustavě je na začátku potkan v klidu a na konci má rychlost

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = (-v, v).$$

V tuto chvíli se problém změnil na jednorozměrný (zrychlení z klidu na pevně danou rychlost \mathbf{v}_3). Pro rovnoměrně zrychlený pohyb platí

$$|\mathbf{v}_3| = at.$$

Zároveň víme, že

$$|\mathbf{v}_3| = |(-v, v)| = v\sqrt{2}.$$

Když tyto poznatky spojíme, získáme

$$t_{\min} = \frac{|\mathbf{v}_3|}{a} = \frac{v\sqrt{2}}{fg},$$

což je minimální čas potřebný k tomu, aby se potkan na ledě otočil o 90° . Pro lepší představu odhadneme číselné hodnoty: potkan běží rychlostí $v = 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a součinitel smykového tření mezi potkaní nohou a ledem je $f = 0,1$. Otočení o 90° mu zabere nejméně 5 s.

Komentáře k došlým řešením

Bohužel většina z vás předpokládala, že nejrychleji se potkan otočí, pokud se bude pohybovat po kružnici. Jak je vidět z autorského řešení, lze nalézt i kratší čas. Když se zamyslíte nad tím, že v inerciální soustavě spojené s ledem se směr ani velikost zrychlení potkana nemění (jak jsme spočetli v autorském řešení), zjistíte, že případ je analogický šikmému vrhu, a tedy nejrychlejší trajektorie je parabola.

Dalším běžným problémem je, že jste si neuvědomili, že třecí síla ve skutečnosti pohání potkana. Potkan při odrazu nohou působí na led za sebe a podle zákona akce a reakce působí led (formou tření) na potkana ve směru dopředu.

Někteří z vás si také možná představují, že pokud potkanovi prokluzují nožičky (tedy působí na zem silou větší než mgf), už na něj nepůsobí žádné tření, ale není tomu tak. Stále na něj působí tření o mezní velikosti mgf . Pokud se liší koeficient statického f_0 a smykového tření f , při přechodu síly potkanovy nohy přes hodnotu mgf_0 se skokově sníží třecí síla z mgf_0 na mgf .

Ještě jedna poznámka ke tření – nepůsobí v každé složce pohybu zvlášť. Je třeba vektorově sečíst rychlosti všech složek pohybu potkana. Tření (ať už o velikosti mgf nebo méně) pak působí proti směru celkové rychlosti. V jednotlivých směrech pohybu pak působí pouze složka této celkové třecí síly.

Mnoho z vás si také plete, jak to vlastně je s dostředivou a odstředivou silou, a jak se soustavami spojenými s čím. V inerciální soustavě působí pouze skutečné síly (a jejich reakce). Pokud potkan zatáčí, znamená to, že výslednice těchto sil má složku kolmou na směr rychlosti, a tato složka má dostředivý účinek. Vzorec $F = mv^2/r$ dává pouze do souvislosti působící sílu a její vliv na pohyb potkana, tedy pedagogičtější by mohlo být psát vzorec ve tvaru $r = mv^2/F$. Oproti tomu v neinerciální soustavě rotující s konstantní úhlovou rychlostí ω působí navíc ještě odstředivá síla (která nemá žádnou reakci) a vyjádří se jako $F_O = m\omega^2 r$, v případě, že vektor úhlové rychlosti je kolmý na rovinu pohybu. Zároveň však i v této soustavě, pokud výslednice sil má složku kolmou ke směru pohybu v této soustavě, funguje tato složka jako dostředivá síla. Pokud si vybereme právě takovou rotující soustavu, která je spojená s potkanem, platí v ní $\omega r = v$ a výslednice skutečných sil se vyruší s odstředivou silou a na potkana v této soustavě nepůsobí žádná síla (což dává smysl, v soustavě spojené s potkanem musí mít potkan konstantní polohu).

Jakub Dolejší
krasnykuba@fykos.cz

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty MFF UK. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci MFF UK a podporován Ústavem teoretické fyziky MFF UK, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.

Toto dílo je šířeno pod licencí Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported.
Pro zobrazení kopie této licence, navštivte <http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>.