Vážená fyzikální obci, naši nedočkaví řešitelé.

Zřejmě vás to překvapí stejně jako nás, ale je tomu opravdu tak. Fyzikální korespondenční seminář, pocházející již tradičně z půdy Katedry teoretické fyziky Matematicko-fyzikální fakulty UK, dospěl do svého sedmého ročníku. Jak našim věrným korespondentům, tak především těm, kterým se seminář dostává do rukou poprvé, bychom rádi věnovali několik úvodních slov.

Mezi organizátory se opět dostalo něco nové krve, následky čehož jsou patrné i na struktuře úloh. Úpravy byly vedeny snahou učinit seminář zajímavější a umožnit vám rozmanitější přístup k řešení těch složitějších problémů. Doufáme, že vás tyto změny neodradí, ale naopak zvýší zájem o náš seminář.

Spolu s tímto textem dostáváte i první serii úloh. Pokud se rozhodnete pro svou účast v tomto ročníku semináře, případně zašlete i jména dalších zájemců, měly by další serie následovat asi v jeden a půl měsíčních intervalech (tedy za příznivých podmínek máme v plánu šest sérií). Základem každé série jsou v průměru čtyři úlohy (skládající se event. z několika částí), které jsou ohodnoceny celkově dvaceti body. Konkrétní rozdělení bodů mezi úlohy, případně přidělení prémiových bodů za originální postup (maxim. pět bodů celkem) závisí na rozhodnutí opravujících.

Novým prvkem budou problémové úlohy, tj. příklady, jejichž přímočaré řešení není snadné, pokud vůbec možné. Měly by vás přinutit resp. vám umožnit více se "odvázat" od zaběhlých postupů, vyhledávat pomoc u výpočetní techniky, v rozmanité literatuře apod. Taková práce může ovšem trvat déle než je obvyklý čas mezi termíny sérií. Zvolili jsme tedy následující postup. Řešení či pokusy o ně, která dojdou již v prvním termínu po otištění úlohy, budou oceněny až deseti body podle toho, do jaké míry se vám podaří problém dořešit. Pro ty, kteří si se zadáním nebudou vědět rady a také pro ty, kteří při řešení narazí na nečekané potíže a (dostatečně včas) nám o nich napíší, bude spolu se zadáním následující série poskytnuta rada či návod, jak by se při řešení úlohy měli nejspíše ubírat. Další řešení nebo dokončení rozpracovaných pokusů poslaná v termínu této série pak budou mít nárok na pět bodů a s následující sérií (pokud se nerozhodneme prodloužit termín pro obzvláštní obtížnost) by mělo být otištěno celkové řešení (a tím i skončit možnost zisku bodů). V tomto závěrečném hodnocení bychom se také pokusili shrnout pro vás úspěšné i méně úspěšné pokusy vašich kolegů (jak by to asi mělo být v případě skutečného semináře.)

A stejně jako v loňském roce i letos bude závěr každé série zpestřován seriálem na pokračování. Úlohy s ním spojené nejsou příliš obtížné a mají spíše ilustrační charakter k probíranému tématu; dohromady budou oceňovány nejvýše pěti body. Může se ovšem objevit složitější nepovinný příklad, jehož řešitele odměníme prémiovými body. Měl by zde být i prostor pro vaše dotazy a náměty, ať už by se týkaly tématu seriálu nebo jiného problému.

Závěrem jako obvykle několik organizačních připomínek: v databázi semináře máme sice více či méně úplné adresy loňských účastníků, ale jsou za prvé v "neháčkočárkované" podobě, a pak podléhají častým změnám; k udržení dobrého kontaktu s vámi bychom proto byli vděčni, kdyby jste alespoň u řešení první série uvedli úplnou adresu vaší školy i místa, na které máme zasílat korespondenci (případně další upozornění).

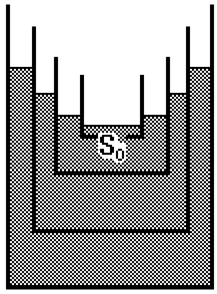
Na vaše řešení i jiné (snad pozitivní) ohlasy se za organizátory semináře těší

Filip Münz

Zadání

Úloha I . 1

Velké množství dutých válců se zmenšujícími se průřezy je vnořeno do sebe a zalito vodou tak, že válec s menší plochou dna vždy plave ve válci, do kterého je vsazen (viz obr. 1). Nejmenší válec má plochu dna rovnu S_0, a ta je mnohem menší než plocha dna vnějšího válce. Vzdálenosti mezi dny jednotlivých válců jsou dostatečně velké, aby nikdy nedošlo k dotyku. Do nejmenšího válce přilijeme objem vody V_0. Po dolití opět válce v sobě plovou. O jakou vzdálenost a jakým směrem se posune dno nejmenšího válce vzhledem k nehybné podložce?



Obr. 1

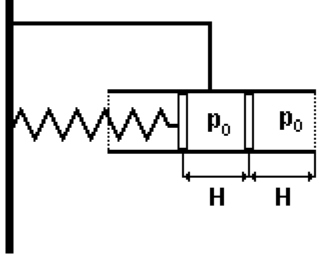
Úloha I . 2

Raménko s gramofonovou přenoskou je uchyceno v čepu a vyváženo závažím. Pokuste se zdůvodnit proč je celá soustava uspořádána tímto způsobem. Navrhněte velikost a umístění závaží, je-li hmotnost přenosky 15 g, tuhost jehly ve vertikálním směru 80 Nm^{-1} a její vzdálenost od čepu je asi 200 mm, víte-li, že maximální přípustná síla, jíž může jehla tlačit na desku je 0,02 N. Hmotnost ramena přenosky zanedbejte.

Úloha I . 3

Ve vodorovně upevněné válcové trubici s otevřenými konci jsou umístěny dva písty ve vzdálenosti H a 2H od pravého okraje válce (viz obr. 2). Levý píst je spojen s pružinou o tuhosti k upevněnou ve stěně, pravý je volný. Na počátku je tlak na obou stranách pístů i mezi nimi stejný (roven p_0). Určete sílu, jakou musíme působit na pravý píst, vytáhneme-li ho k pravému okraji trubice. Hmotnost pístů můžete zanedbat.

Obr. 2



Úloha I . 4

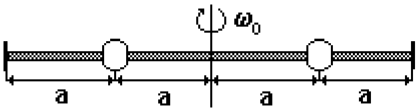
Na tyči zanedbatelné hmostnosti o celkové délce 4a jsou navlečeny ve vzdálenosti a od osy otáčení dvě koule o hmotnosti m (viz obr. 3). Na obou koncích tyče jsou umístěny dokonale pružné odrazné destičky. Tyč je roztočena na úhlovou rychlost ω_0, a poté jsou uvolněny obě koule. Za předpokladu, že se tyč nadále pohybuje volně a bez tření, určete:

a) Po jaké trajektorii se budou pohybovat obě kuličky vzhledem k pozorovateli v inerciální soustavě.

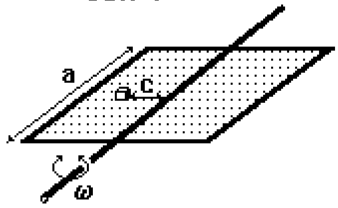
b) Jak se bude měnit úhlová rychlost soustavy ω v závislosti na čase.

c) Jak by se změnili výsledky předešlých úloh, kdybychom udržovali (např. pomocí motoru) úhlovou rychlost stále na hodnotě $\boldsymbol{\omega_0}$?

Obr. 3



Obr. 4



Úloha Y . 1

Čtvercová deska o straně délky a (viz obr. 4) je upevněna na ose procházející jejím středem ve směru rovnoběžném s jednou ze stran. Ve vzdálenosti c od této osy je na ní položeno malé tělísko hmot. m. Deska začne kmitat s nevelkou amplitudou kolem vodorovné polohy s frekvencí ω. Určete dobu (je mnohem větší než perioda kmitů), za kterou tělísko spadne z desky, je-li koeficient tření mezi deskou a tělískem μ .

Seriál na pokračování

Při rozvažování nad námětem letošního Seriálu jsme váhali, zda vybrat téma spíše praktičtější či zajímavější. Zvolili jsme druhou variantu s nadějí, že takto spíše odpustíte případné nepřesnosti a snad vždy ne úplně jasný výklad.

Čeká vás tedy kurz relativity, pravděpodobně pouze speciální, podávaný způsobem, jakým se přednášela např. i na posledním soustředění semináře v Českém Šumburku. Již jistou dobu je tato látka obsahem středoškolského učiva, kde se však pro zdánlivou obtížnost většinou redukuje na soubor podivných "znebespadlých" vzorečků, které zajisté studentům pochopení neusnadní. Chtěli bychom tedy především osvětlit základy této teorie, stojící na velmi elementárních postulátech, a to ve formě jisté geometrické analogie. Uplatníme zde vaše poznatky z loňského seriálu o transformacích souřadnic a jejich zápisu pomocí matic, a dospějeme snad i k formalismu, který nám umožní elegantní vyjádření fyzikálních zákonů stojících i mimo rámec relativistické kinematiky.

Základní pojmy

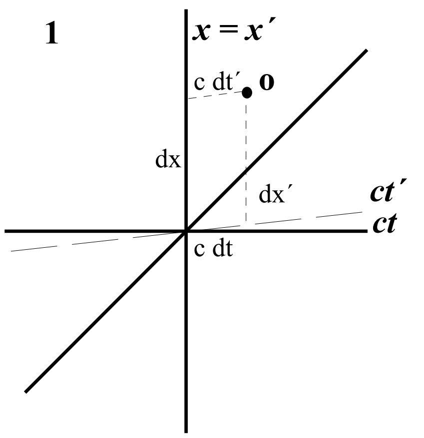
Polohu částice v daný okamžik - nazvěme ji *událost* - určujeme třemi souřadnicemi prostorovými a jedním časovým údajem. Graf pohybu částice je potom spojitým sledem událostí, nazýváme jej *světočárou.* Budeme-li uvažovat pouze pohyb v jednom směru (což, bereme-li v rámci speciální relativity pouze přímočaré pohyby, není velké omezení), zredukujeme počet dimenzí na dvě a můžeme tak celou situaci pohodlně zakreslovat v rovině. Máme nyní dvě souřadnice - délkovou a časovou. Abychom se mohli zabývat tranformacemi této soustavy např. při změně vztažného systému, musíme nejprve upravit jednotky - časovou osu ***t*** nahradíme druhou "délkovou" osou ***ct***, kde c je vhodná konstanta, nejspíše rychlost světla.

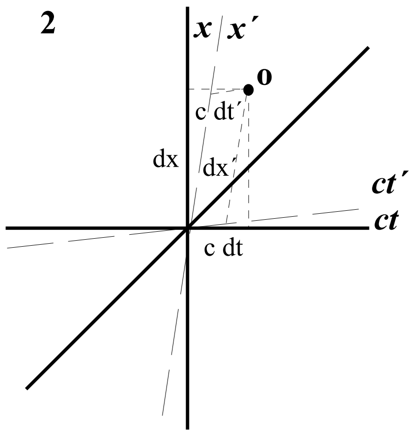
Vztažný systém má jako počátek bod, ve kterém je umístěn pozorovatel - vzhledem k němu se v daném okamžiku měří poloha ostatních předmětů. Okamžité měření je sice v relativitě většinou problém, nám však postačí představa, že v každém bodě prostoru je umístěn pomocný pozorovatel, jenž zaznamenává průchody částic jeho stanovištěm. Musí mít samozřejmě hodinky seřízené s centrálním pozorovatelem; toho lze naštěstí dosáhnout nepříliš komplikovanou operací (viz dále.) Z tohoto myšlenkového experimentu lze odvodit několik závěrů důležitých pro popis pohybujících se systémů:

(i) je zřejmě jedno, který z pozorovatelů, jenž jsou navzájem v klidu, je ten hlavní - budeme tedy porovnávat vztažné systémy s počátky vždy ve stejném bodě, byť různě rychle se pohybujícími;
(ii) osa ***x***, délková, představuje v rovině událostí polohy pozorovatelů v čase 0, časová osa ***ct*** je vlastně světočárou hlavního pozorovatele; souřadnice dané události vysledujeme podle toho pozorovatele, jehož světočára (tedy přímka rovnoběžná s osou ***ct***) danou událostí prochází - jeho vzdálenost od počátku je délkovou a jeho vlastní čas časovou souřadnicí události. Je-li tou událostí průchod částice vyslané z počátku, pak průměrnou rychlostí částice zřejmě myslíme poměr těchto dvou čísel.

Pohyb a světlo

Nyní si vezměme čárkovaný vztažný systém, který se pohybuje vzhledem k původnímu rychlostí v<c. Světočára počátečního bodu již nebude kolmá k ose x (viz diag. 1 - čárkované osy). Tlustá čára znázorňuje světelný signál vyslaný z nehybného systému tak, jak jej měří (podle výše popsaných pravidel) v obou soustavách.
K vybudování teorie nám nyní zbývá postulovat dvě základní tvrzení relativity, jedno vycházející z velmi elementárních úvah (pricip relativity) a druhé z velmi přesných měření (Michelsonův pokus):
(*) Všechny inerciální vztažné systémy jsou rovnocenné.
(**) Rychlost světla je ve všech soustavách stejná.
Problémem klasické fyziky jest nemožnost se vyrovnat s tvrzením **, jak je zřejmé z diag. 1: žádná rychlost nemůže být stejná ve všech soustavách. Aby se nám podařilo opět srovnat úseky dx' a cdt', musíme provést drastickou operaci - sklonit osu ***x*** stejným způsobem jako osu ***t*** (viz diag.2). O důsledcích tohoto kroku si povíme až příště.





Na závěr dva úkoly pro vás.
Úloha S . 1: Navrhněte postup (správný dle postulátů * a **) na zmíněnou synchronizaci hodin.
Úloha S . 2: Určete převod mezi souřadnicemi bodu **o** na diag. 1 a 2, tj vztahy mezi **dx** a **dx'**, resp. **dt** a **dt'**, při dané rychlosti **v** (úseky **dx´** a **dt´** jsou rovnoběžné s osami **x´** a **t´**, tlustá čára odpovídá rychlosti světla **c**)

Termín odeslání:
Adresa: FKS, dr. Leoš Dvořák, KTF MFF UK, V Holešovičkách 2, 180 00 Praha